

Západočeská univerzita v Plzni
Fakulta aplikovaných věd

Metoda Rayleighova podílu

Semestrální práce z předmětu MATL

Adamec Miroslav

adamecm@centrum.cz

Plzeň 2004

1 Zadání

V zadání jsme měli splnit tyto body:

- Vytvořené funkce budou obsahovat nápovědu
- Funkce budou realizovány s proměnným počtem parametrů
- Bude ošetřeno zadání chybného počtu parametrů a chybné zadání jejich hodnot
- Vstupní data bude možno zadávat také ze souboru, pokud bude jeho jméno zadáno jako parametr funkce
- Výstup bude možno zapsat do souboru, pokud bude jeho jméno zadáno jako jeden z parametrů funkce
- Pokud nebude funkce přiřazena proměnné, pak se vypočtené hodnoty zobrazí graficky
- K celé práci bude vypracován referát
- Povinná hlavička hlavní funkce: `function varargout = jmeno(varargin)`

Danou funkci jsme si pak měli sami vymyslet. Já si vybral výpočet dominantního vlastního čísla pomocí metody Raleighova podílu z matice A .

1.1 Hlavička hlavního programu

```
RALEY(e,n,infile,outfile);  
% e.....epsilon (zastavovací podmínka)  
% n.....rad matice A (pri nacteni ze souboru max rad 10)  
% infile...vstupni soubor pro nacteni matice A (nepovinný parametr)  
% outfile...vystupni soubor pro zapis vysledku (nepovinný parametr)  
%  
% [A,l]=RALEY(e,n,infile,outfile);  
% Funkce vrati matici A a její dominantní číslo l  
% Pokud je psána funkce bez vystupnich promenych zobrazi se vysledek  
% graficky
```

2 Popis metody Raleighova podílu

Předpoklady

1. A má n -lineárně nezávislých vektorů
2. jediné dominantní vlastní číslo
3. vlastní čísla lze seřadit $|\lambda_1| \geq |\lambda_2| \geq |\lambda_3| \dots |\lambda_n|$
4. A je symetrická (reálná)

Potom musí být vlastní vektory ortonormální, tj.

$$(v_i^T v_j = 0 \text{ pro } i \neq j \text{ a } v_i^T v_i = 1)$$

Po odvození dostáváme:

$$\lambda_1 = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{y^{(k)T} \mathbf{A} y^{(k)}}{y^{(k)T} y^{(k)}} = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{y^{(k)T} y^{(k+1)}}{y^{(k)T} y^{(k)}}$$

Poznámka: $\epsilon_k^T \epsilon_k$ konvergují k nule (pro $k \rightarrow \infty$) zhruba dvakrát rychleji než $\epsilon_k \Rightarrow$ metoda Raleighova podílu bude rychlejší než mocninná metoda.

Příklad: Metodou Raleighova podílu určete dominantní vlastní číslo matice \mathbf{A} , kde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad y^{(0)} = [1; 1; 1]^T.$$

Řešení:

$$\begin{aligned} y^{(1)} &= [2; 3; 2]^T & \lambda_1^{(1)} &= \frac{y^{(0)T} y^{(1)}}{y^{(0)T} y^{(0)}} \approx \frac{7}{3} \approx 2,3333 \\ y^{(2)} &= [5; 7; 5]^T & \lambda_1^{(2)} &= \frac{41}{17} \approx 2,4117 \\ y^{(3)} &= [12; 17; 12]^T & \lambda_1^{(3)} &= \frac{60+119+60}{25+49+25} = \frac{239}{99} \approx 2,41417 \end{aligned}$$

3 Popis programu

K programu jsou potřeba následující soubory:

raley.m	hlavní program
nacti_A.m	funkce pro ruční načtení matice \mathbf{A}
zapis_vyst.m	funkce pro výstup do souboru
data.dat	vstupní soubor, pokud se nenačítá ze souboru není potřeba
vyst.dat	výstupní soubor, lze napsat i jiný název souboru, používá se při výstupu do souboru

Program se spustí po příkazu `RALEY(e,n,infile,outfile)`. Raley je název hlavní funkce.

`e`(epsilon) je zastavovací podmínka metody (např.0,001).

`n` slouží k určení řádu matice \mathbf{A} . Při ručním vstupu z klávesnice není řád matice omezen, při načtení ze souboru sem stupeň omezil na maximální hodnotu 10.

`infile` je nepovinný parametr. Je určen k načtení ze souboru (zadáva se název vstupního souboru). Pokud parametr vynecháme, matici \mathbf{A} musíme načíst ručně. Vstupní soubor by měl obsahovat matici \mathbf{A}

`outfile` je parametr pro výstup do souboru (opět se zadává název výstupního souboru). Do souboru se zapíše matice \mathbf{A} a její dominantní vlastní číslo. Ne zvolíme-li výstup do souboru, vidíme výsledek na monitoru.

Pokud spustíme program takto `[A,1]=RALEY(e,n,infile,outfile)`, tak se matice \mathbf{A} přiřadí do proměnné `A` a její dominantní vlastní číslo do proměnné `1`. Pokud program spustím jako v prvním případě, výsledek se zobrazí do grafu.